

## Parametric Value at Risk – Testing its flexibility

### Parametrické Value at Risk – Test flexibility

Anna Hollá, Ivan Lichner<sup>1</sup>

#### Abstract

This paper analysis performance of Value at Risk (VaR) measure in different market conditions. To analyze abovementioned issue Nokia stock price was chosen because its performance was very variable during its stock market history. Methodology of VaR and GARCH volatility estimation are described.

#### Key words

Value at Risk, Financial Markets, Crisis, Volatility

**JEL Classification:** C44

## 1. Úvod

VaR predstavuje štatistickú mieru rizika poklesu hodnoty, založenú na súčasných trhových pozíciách. Jej hlavnou výhodou je, že sumarizuje riziko do jedného, ľahko pochopiteľného ukazovateľa. Čo robí VaR nevyhnutným prostriedkom na vyjadrenie obchodného rizika pre vyšší manažment, predstavenstvo a akcionárov. Na základe informácie obsiahnutej v miere VaR môžu akcionári posúdiť či sa cítia spokojní s úrovňou rizika, ktorú podstupujú. Medzi prvými bankami, ktoré začali zverejňovať svoju vlastnú VaR mieru bola J.P.Morgan (v súčasnosti J.P.Morgan Chase), ktorá vo svojej výročnej správe z roku 1994 uviedla priemernú obchodnú dennú VaR mieru, ktorá bola približne 15 miliónov dolárov na 95 percentnej hladine spoľahlivosti. Pred zavedením takejto miery akcionári mali iba veľmi vágnu predstavu o rozsahu obchodných aktivít realizovaných bankou.

Pre výpočet miery VaR je potrebné poznať niekoľko základných štatistických nástrojov (ako napr.: funkciu pravdepodobnosti rozdelenia, funkciu hustoty pravdepodobnosti, normálne rozdelenie, kvantily, výberové odhady priemeru a štandardnej odchýlky a pod.<sup>2</sup>)

VaR miera predstavuje hodnotu najhoršej možnej straty počas daného (zvoleného) časového horizontu, ktorej prekročenie reálnou stratou má definovanú pravdepodobnosť (hladinu spoľahlivosti). Takáto definícia v sebe obsahuje dva kvantitatívne faktory, časový horizont a hladinu spoľahlivosti, ktoré si volí používateľ.

Od začiatkov používania VaR ako miery merania rizika už ubehlo niekoľko desaťročí a je preto vhodné otestovať schopnosť tejto miery určiť riziko spojené s určitým finančným nástrojom. Pre testovanie sme si v tomto článku zvolili hodnotu akcií spoločnosti Nokia

<sup>1</sup> Ing. Anna Hollá, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, annaholla@gmail.com

Ing. Ivan Lichner, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, ivan.lichner@savba.sk

<sup>2</sup> pre detailnejšie oboznámenie sa z uvedenými štatistickými pojmami pozri: Pacáková a kol. (2003)

nakoľko tieto akcie počas svojho obchodovania na burze zažili veľmi rôznorodý vývoj, ktorý bude vhodný práve pre nami zamýšľaný test.

## 2. Kroky výpočtu VaR

Predpokladajme, že používateľ (manažér, predstavenstvo, akcionári) majú záujem zmerať mieru VaR portfólia akcií v hodnote 100 miliónov dolárov v horizonte 10 dní na hladine spoľahlivosti 99 percent. Na výpočet miery VaR je potrebné realizovať nasledovné kroky:

- *určiť trhovú hodnotu* aktuálneho portfólia (napr.: 100 miliónov dolárov)
- *vypočítať mieru variability rizikového faktora* (napr.: 15 percentná štandardná odchýlka výnosov portfólia za rok)
- *určenie časového horizontu* (napr.: 10 obchodných dní)
- *určenie hladiny spoľahlivosti* (napr.: 99 percent, a následné určenie tabuľkovej hodnoty rozdelenia, ktoré predstavuje v prípade normálneho rozdelenia násobiteľ 2,33)
- *výpočet najhoršej možnej straty (miery VaR)* na základe spracovania predchádzajúcich informácií do pravdepodobnostného rozdelenia výnosov, ktoré sú zhrnuté pomocou VaR (napr. VaR miera (najhoršia možná strata) 7 miliónov dolárov pri 99 percentnej hladine spoľahlivosti).

Na základe predpokladov o tvare rozdelenia výnosov sa VaR miera delí na: parametrickú a neparametrickú. Neparametrickej miere VaR sa v tomto článku bližšie venovať nebudeme.

## 3. Parametrická VaR miera

Výpočet miery VaR je možné vykonať relatívne jednoducho v prípade ak aplikujeme predpoklad o príslušnosti rozdelenia do skupiny parametrických rozdelení, ako príklad je možné uviesť normálne rozdelenie. Pokiaľ sa jedná o uvedený prípad je možné hodnotu miery VaR vypočítať priamo zo štandardnej odchýlky ( $\sigma$ ) použitím násobiteľa závislého od zvolenej úrovne spoľahlivosti. Tento prístup sa nazýva parametrickým, pretože na výpočet miery VaR používa odhady parametrov, ako napríklad štandardnej odchýlky namiesto jednoduchého odčítania kvantilov zo samotného rozdelenia, ktoré sa aplikuje v prípade neparametrickej VaR miery. Nezodpovedanou otázkou však ostáva realnosť aplikácie predpokladov o vlastnostiach rozdelenia.

Predpokladajme, že sa rozhodneme na popísanie údajov použiť normálne rozdelenie. Najprv je potrebné pretransformovať, všeobecné rozdelenie  $f(w)$  do podoby štandardného normálneho rozdelenia  $\Phi(\epsilon)$ , kde  $\epsilon$  má priemer nula a jeho štandardná odchýlka je jedna  $N(0;1)$ . Na prepojenie hodnoty najhoršej predpokladanej hodnoty portfólia  $W^*$  s mierou výnosu  $R^*$  použijeme nasledovný vzťah:  $W^* = W_0(1+R^*)$ . Vo všeobecnosti v prípade merania hodnoty v ohrození (Value at Risk) dosahuje  $R^*$  záporné hodnoty a preto je možné zapísať ako  $-|R^*|$ . Navyše je možné prepojiť  $R^*$  zo známych hodôt štandardnej odchýlky miery výnosov ( $\sigma$ ), očakávanej miery výnosov ( $\mu$ ) a tabuľkovej hodnoty normálneho rozdelenia pre zvolenú hladinu spoľahlivosti ( $\alpha$ ) pomocou nasledovného vzťahu:

$$-\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma} \quad (1)$$

Čo je ekvivalentne možné zapísať

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{|R^*|} f(wr)dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} \Phi(\epsilon) d\epsilon \quad (2)$$

Preto je úloha nájdenia miery VAR ekvivalentná k hľadaniu odchýlky  $\alpha$ , takej že plocha na ľavo od nej sa rovná  $1 - c$ . Pre danú hodnotu pravdepodobnosti  $p$ , odchýlku  $\alpha$  je možné nájsť v tabuľkách funkcie kumulatívnej štandardného normálneho rozdelenia, ktorá je

$$p = N(\alpha) = \int_{-\infty}^{\alpha} \Phi(\epsilon) d\epsilon \quad (3)$$

Táto funkcia monotónne rastie od 0 (pre  $x = -\infty$ ) po 1 (pre  $x = +\infty$ ), pričom prechádza bodom 0,5 keď  $x = 0$ . V tabuľkách normálneho rozdelenia môžeme vyhľadať hodnotu patriacu jednostrannej hladine spoľahlivosti 95 percent  $\alpha = 1,645$ .

Teraz môžeme pomocou  $\alpha$  nájsť hraničnú hodnotu výnosov  $R^*$  a miery VaR. Úpravou rovnice (1) dostaneme

$$R^* = -\alpha\sigma + \mu \quad (4)$$

Pre vyššiu všeobecnosť predpokladajme, že parametre  $\mu$  a  $\alpha$  sú merané na ročnej báze. Časové obdobie ktoré berieme do úvahy je  $\Delta t$  v rokoch. Požitím rovnice (4) je možné parametrickú mieru VaR definovať nasledovne

$$VaR = E(W) - W^* = -W_0 \cdot (R^* - \mu) = W_0 \cdot \alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{\Delta t}^3 \quad (5)$$

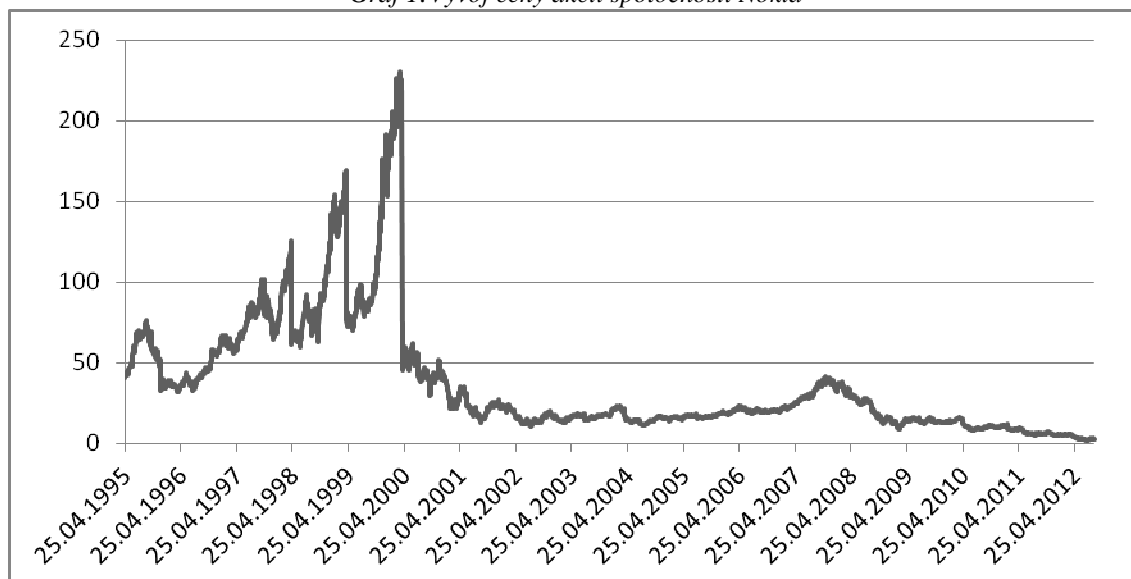
Inak povedané, hodnotu miery VaR je jednoducho možné vypočítať vynásobením štandardnej odchýlky miery výnosov ( $\sigma$ ) a modifikujúceho parametra ( $\alpha$ ), ktorý je priamo prepojený s hladinou spoľahlivosti a časovým horizontom.

#### 4. Testovanie flexibility parametrickej VaR miery

Na testovanie flexibility parametrickej VaR miery pri určovaní rizika sme si zvolili vývoj ceny akcií spoločnosti Nokia nakoľko tento parameter vykazoval relatívne vysokú mieru variability počas histórie obchodovania s týmito akciami na akciových trhoch. Ako je vidieť z grafu vývoja ceny akcií po začatí obchodovania s akciami spoločnosti na trhoch ich hodnota v priebehu rokov 1995 – 2000 postupne rástla a súčasne v tom istom období vykazovala v porovnaní s vývojom v ostatných obdobiach relatívne turbulentný vývoj.

<sup>3</sup> Na transformáciu volatility (štandardnej odchýlky) na iný časový horizont je možné aplikovať násobenie odmocninou nového časového horizontu ak sa akciové pozície nemenia a výnosy majú normované normálne rozdelenie. Príklad: na úpravu mesačnej volatility na ročnú prenásobíme hodnotu mesačnej volatility odmocninou z 12, Pre detailnejšie vysvetlenie pozri: Jorion (2007) s. 97-101

Graf 1: Vývoj ceny akcií spoločnosti Nokia



Zdroj: *finance.yahoo.com*

V období rokov 2000-2002 hodnota akcií spoločnosti prudko klesla a následne (v rokoch 2003 - 2007) sa spoločnosti podarilo úspešne bojovať s dôsledkami tzv. “dot com” krízy z roku 2000 a hodnota akcií sa postupne mierne zvyšovala. Pričom opätovne po roku 2008 s nástupom takzvanej hypotekárnej a neskôr finančnej krízy došlo k poklesu hodnoty akcií spoločnosti na akciových trhoch.

Z uvedeného je možné vyvodit' nasledovné hypotézy nakoľko je miera VaR určená na hodnotenie rizika spojeného z možnosťou straty, alebo inými slovami meria najhoršiu možnú stratu pri stanovenej hladine spoľahlivosti, tak v období rastu hodnoty akcií by výsledky miery VaR mali byť uspokojivé. V obdobiach krízových rokov kedy dochádza k neočakávaným výkyvom na trhoch (a to predovšetkým smerom nadol) by VaR miera nemusela priniesť uspokojivé výsledky.

Na otestovanie uvedených hypotéz je potrebné si určiť niekoľko základných predpokladov:

1. Akým spôsobom vypočítame VaR mieru?
2. Aká hladina spoľahlivosti bude pre nás uspokojivá?
3. Aký bude časový horizont testovania miery výnosov akcií spoločnosti?
4. Akým spôsobom určíme volatilitu miery výnosov?

Odpoveď na prvú otázku nám čiastočne determinuje odpovede aj na ďalšie spomenuté otázky. Keďže cieľom tohto článku je otestovanie flexibility parametrickej miery VaR, budeme v ďalšom texte aplikovať metodológiu tejto miery. Ako uspokojivú úroveň spoľahlivosti sme si zvolili 95% a teda očakávame, že nie vo viac ako 5-tich percentách dní presiahne dosiahnutá strata odhadnutú mieru VaR. Pre testovanie budeme aplikovať hodnoty denných výnosov počas celej histórie obchodovania s akciami spoločnosti Nokia na akciových trhoch. Mieru volatility je možné merať viacerými spôsobmi, bežne aplikovanými prístupmi sú kľzavé priemery alebo odhad štandardnej odchýlky metódou GARCH<sup>4</sup>. Na základe výsledkov dosiahnutých v predchádzajúcom empirickom výskume (Dolinajcová a kol., 2012) sme pre realizované testovanie zvolili mieru variability odhadnutú metódou GARCH.

Nakoľko kľzavé priemery priradujú rovnakú váhu všetkým pozorovaniam vo zvolenom časovom okne dochádza pri ich aplikácii v určitých momentoch k značným skokom v odhadovaných hodnotách. To bol jeden z dôvodov, prečo sme na odhad volatility

<sup>4</sup> z angl. Generalized autoregressive conditional heteroskedastic

z časového radu aplikovali metódu ktorá pripisuje väčšiu váhu informáciám z neskorších pozorovaní. Prvý model takéhoto charakteru bol ARCH model, ktorý navrhol Engle (1982) a ďalej ho do podoby GARCH rozvinul vo svojej práci Bollerslev (1986). Tento model predpokladá, že volatilita výnosov sa vyvíja ako predvídateľný proces. Podmienená volatilita závisí na najnovšej informácii o vývoji výnosov, ako aj na predchádzajúcej úrovni volatility. Nech teda  $h_t$  predstavuje podmienenú volatilitu definovanú prostredníctvom informácií o vývoji volatility až po čas  $t-1$  a miery výnosu predchádzajúceho dňa obchodovania  $r_{t-1}$ . K odhadu volatility v našom výskume sme použili jednoduchý model, ktorý je definovaný ako GARCH (1,1) proces nasledovne

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (6)$$

Na základe vyššie uvedených predpokladov a pomocou popísaných metodológií sme vypočítali dennú parametrickú VaR mieru výnosov akcií spoločnosti Nokia definovanú pre 95% hladinu spoľahlivosti. Výsledky sme následne porovnali so skutočnými hodnotami denných výnosov spoločnosti. Detailne je spracované porovnanie pre jednotlivé roky zachytené v Tabuľke 1. Ako je možné si všimnúť tak v priebehu prvých rokov po začiatku obchodovania akcií spoločnosti na akciových trhoch keď ich hodnota postupne rástla napriek vyššej volatilita miera VaR dosahovala uspokojivé výsledky a v rokoch 1995 – 1999 bol najhorší dosiahnutý výsledok 3,2% zlyhaní. Uvedený výsledok potvrdil predpoklad o tom, že v rokoch rastu hodnoty akcií je relatívne nižšie riziko straty a teda aj výsledky merania rizika pomocou VaR miery sú pozitívne. Začiatkom 21. storočia po prepuknutí „dot com“ krízy a v nasledujúcich rokoch poklesu hodnoty akcií si VaR miera podľa očakávaní viedla relatívne horšie a nebola schopná anticipovať možné riziká na zvolenej hladine významnosti.

Tabuľka 1: Testovanie výsledkov parametrickej VaR miery

Rok	Počet prekročení VaR	Počet dní obchodovania	Percento prekročení
1995	5	174	2,9%
1996	1	254	0,4%
1997	7	253	2,8%
1998	8	252	3,2%
1999	6	252	2,4%
2000	14	252	5,6%
2001	19	248	7,7%
2002	13	252	5,2%
2003	3	252	1,2%
2004	3	252	1,2%
2005	2	252	0,8%
2006	0	251	0,0%
2007	2	251	0,8%
2008	13	253	5,1%
2009	10	252	4,0%
2010	4	252	1,6%
2011	12	252	4,8%
2012	9	169	5,3%

Zdroj: autori

Pozoruhodné výsledky poskytla odhadnutá miera VaR v období rokov 2003 – 2007 počas, ktorých hodnota akcií spoločnosti vykazovala stabilný priebeh z miernym rastom. Čo malo za

následok, že najhoršie výsledky boli dosiahnuté v rokoch 2003 a 2004 na úrovni 1,2% zlyhaní a v roku 2006 sa dokonca nevyskytol deň v ktorom by odhadnutá VaR nesprávne určila mieru rizika. Po prepuknutí hypotekárnej krízy v roku 2008 začala cena akcií Nokia opätovne klesať a na trhoch sa začal vyskytovať vysoký stupeň neistoty. Súčasne so zmenou trendu došlo aj k zhoršeniu výkonnosti VaR miery. Aj keď je nutné poukázať na skutočnosť, že iba v rokoch 2008 a 2012 VaR nedosiahla očakávané výsledky a mierne prekročila 5%-nú úroveň zlyhaní.

## 5. Záver

Cieľom tohto článku bolo otestovanie vierohodnosti výsledkov v meraní trhového rizika pomocou parametrickej miery Value at Risk, ktoré sme realizovali na vybranom ukazovateli – cene akcií spoločnosti Nokia. Uvedený parameter sme si zvolili z dôvodu jeho relatívne vysokej variability počas histórie obchodovania akcií spoločnosti na akciových trhoch a teda poskytol nám možnosť uceleného pohľadu na testovanú mieru. Na začiatku sme si položili niekoľko hypotéz pričom tieto hypotézy sme potvrdili. V období keď hodnota akcií rástla tak VaR priniesla uspokojivé výsledky čo je spôsobené predovšetkým tým, že VaR je určené na meranie rizika straty a pozitívny vývoj hoci aj turbulentný nepredstavuje riziko zlyhania. Naprotitomu v krízových rokoch a v obdobiach v ktorých došlo k poklesu hodnoty akcií jednoduchá parametrická VaR miera, už neposkytovala také uspokojivé výsledky. Uvedený nedostatok by bolo vhodné eliminovať zaradením aj ďalších zdrojov trhového rizika do výpočtu VaR miery .

## Literatúra

- [1] Bollerslev, T. 1986. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. In: *Journal of Econometrics* 31, 307 – 327.
- [2] Butler C. 1998. *Mastering Value at Risk*. Financial Times/Prentice Hall, New Jersey.
- [3] Dolinajcová, M., König, B. a Lichner, I. 2012. *Value at risk in light of Crisis*. In: *Quantitative methods in economics : multiple criteria decision making XVI : proceedings of the international scientific conference : 30th May - 1st June 2012, Bratislava, Slovakia*. - Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2012. ISBN 978-80-225-3426-0, s. 33-38.
- [4] Engle, R.F. 1982. *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity With Estimates of the Variance of U.K. Inflation*. In: *Econometrica* 50, 987 - 1008.
- [5] Jorion, P. 2007. *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*, McGraw-Hill Professional, 602 p. ISBN 978-007-126047-3.
- [6] Sharpe, W. 1964. *Capital Assets Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*. In: *Journal of Finance*, 19, 425-442.